Přípravný kurz na Maturitu z Matematiky

II. Lineární a kvadratická funkce, lineární a kvadratická rovnice

Tomáš Neustupa

FAKULTA
STROJNÍ
ČVUT V PRAZE

II.1. Lineární funkce

Obecný předpis lineární funkce

$y = ax + b.$

Jaký je definiční obor, obor hodnot a graf v závislosti na hodnotách a a b?

II.1. Lineární funkce

Obecný předpis lineární funkce

$y = {\color{red}a}x + {\color{blue}b}.$

Jaký je definiční obor, obor hodnot a graf v závislosti na hodnotách ${\color{red}a}$ a ${\color{blue}b}$?

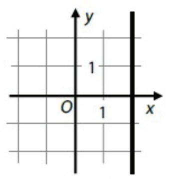
Zápisy přímky. Co je to směrový a normálový vektor.

Konkrétní příklady

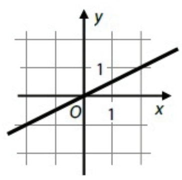
Příklad 1

26 **Přiřaďte ke každé přímce (26.1–26.3) její analytické vyjádření (A–E).**

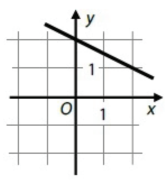
26.1



26.2



26.3



A) $y = -x + 2$

B) $x + 2y - 4 = 0$

C) $x = 2 + 2t,$
$y = 1 + t,\ t \in \mathbf{R}$

D) $x = t,$
$y = 2,\ t \in \mathbf{R}$

E) $x = 2,$
$y = t,\ t \in \mathbf{R}$

Konkrétní příklady

Příklad 2

max. 4 body

25 Ke každému bodu *A* (25.1–25.2) přiřaďte interval (A–F), v němž leží hodnota jeho chybějící souřadnice a_1.

25.1 Jsou dány body $A[a_1; 4]$ a $B[7; -2]$. ____
Střed *S* úsečky *AB* má obě souřadnice stejné.

25.2 Jsou dány body $A[a_1; 0]$, $B[3; -2]$ a $C[1; -1]$. ____
Přímky *AB* a *BC* jsou na sebe kolmé.

A) $\langle -7; -5 \rangle$

B) $(-5; -2\rangle$

C) $(-2; 1\rangle$

D) $(1; 3\rangle$

E) $(3; 6\rangle$

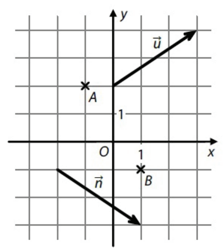
F) v žádném z uvedených intervalů

Konkrétní příklady

Příklad 3

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 26

V mřížových bodech čtvercové sítě leží body *A*, *B* a počáteční i koncové body orientovaných úseček, které představují umístění vektorů $\vec{u}$, $\vec{n}$.



(CZVV)

max. 3 body

26 Přiřaďte ke každé přímce (26.1–26.3) její obecnou rovnici (A–E).

26.1 přímka *p* určená bodem *A* a normálovým vektorem $\vec{n}$ ____

26.2 přímka *q* určená bodem *A* a směrovým vektorem $\vec{u}$ ____

26.3 přímka *r* procházející body *A*, *B* ____

A) $3x - 2y + 7 = 0$

B) $3x + 2y - 1 = 0$

C) $2x + 3y - 4 = 0$

D) $2x - 3y - 5 = 0$

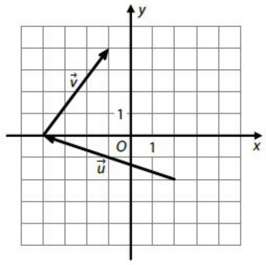
E) $2x - 3y + 8 = 0$

Konkrétní příklady

Příklad 4

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou umístěny vektory $\vec{u}$ a $\vec{v}$.
(Počáteční i koncové body umístění těchto vektorů jsou v mřížových bodech.)



(CZVV)

2 body

21 Směrovým vektorem přímky p je součet vektorů $\vec{u} + \vec{v}$.

Který z následujících vektorů je normálovým vektorem přímky p?

A) $\vec{a} = (2; 1)$

B) $\vec{b} = (2; -1)$

C) $\vec{c} = (-1; -2)$

D) $\vec{d} = (1; -2)$

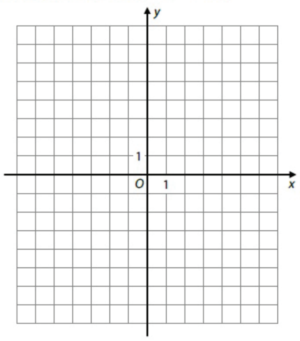
E) žádný z uvedených vektorů

Konkrétní příklady

Příklad 5

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Pro **rovnoramenný** trojúhelník OPQ se základnou OP platí:
Vrchol O leží v počátku kartézské soustavy souřadnic Oxy,
vrchol P je průsečík přímky p: $y = -0{,}5x + 3$ se souřadnicovou osou x,
vrchol Q leží na přímce q: $2x - y - 2 = 0$.



(CZVV)

max. 3 body

8

8.1 V kartézské soustavě souřadnic Oxy zakreslete a popište bod P.

8.2 V kartézské soustavě souřadnic Oxy zakreslete a popište přímku q.

8.3 Určete obě souřadnice vrcholu $Q[q_1; q_2]$.

II.1. Lineární funkce

Obecný předpis lineární funkce

$y = ax + b$.

Jaký je definiční obor, obor hodnot a graf v závislosti na hodnotách a a b?

Zápisy přímky. Co je to směrový a normálový vektor.

Řešení soustavy rovnic a co to je geometricky.

Konkrétní příklady

Příklad 6

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Jedna korunová mince váží 3,6 gramu a jedna pětikorunová mince váží 4,8 gramu.
V kasičce jsou pouze korunové a pětikorunové mince. Dohromady mají hodnotu 81 korun a váží 120 gramů.

(CZVV)

max. 3 body

14 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic **vypočtěte celkový počet mincí v kasičce.**

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

Konkrétní příklady

Příklad 7 a 8

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Během prvních 5 dnů se vyrobilo denně v průměru o čtvrtinu výrobků méně, než se vyrobilo v každém z 10 následujících dnů. Celkem se tak za 15 dnů vyrobilo 2 200 výrobků.

(CZVV)

max. 3 body

14 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic **určete celkový počet výrobků vyrobených za prvních 5 dnů.**

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 13

Na stůl jsme rozložili dvanáct kartiček. Na každé z nich je zapsáno jedno číslo. Aritmetický průměr těchto čísel je 25. Když odebereme dvě kartičky s čísly, jejichž rozdíl je 26, na stole zůstane deset kartiček, a to s čísly, jejichž aritmetický průměr je 24.

(CZVV)

max. 2 body

13 **Určete čísla na obou kartičkách, které odebereme.**

II.2. Kvadratická funkce

Obecný předpis kvadratické funkce

$y = ax^2 + bx + c.$

Jaký je definiční obor, obor hodnot a graf v závislosti na hodnotách a, b a c?

II.2. Kvadratická funkce

Obecný předpis kvadratické funkce

$y = ax^2 + bx + c.$

Jaký je definiční obor, obor hodnot a graf v závislosti na hodnotách a, b a c?

Tj. odpozorováno: Koeficient a je "zodpovědný"za to kam směřují větve paraboly (nahoru či dolů), c za posunutí grafu ve směru osy y a koeficient b za "průniky grafu s osou x".

II.2. Kvadratická funkce

Obecný předpis kvadratické funkce

$y = ax^2 + bx + c.$

Jaký je definiční obor, obor hodnot a graf v závislosti na hodnotách a, b a c?

Tj. odpozorováno: Koeficient a je "zodpovědný"za to kam směřují větve paraboly (nahoru či dolů), c za posunutí grafu ve směru osy y a koeficient b za "průniky grafu s osou x".

Jak je to s rovnicí $y = ax^2 + bx + c$? Co to znamená geomtricky a jaké jsou možnosti?

II.2. Kvadratická funkce

Obecný předpis kvadratické funkce

$y = ax^2 + bx + c$.

Jaký je definiční obor, obor hodnot a graf v závislosti na hodnotách a, b a c?

Tj. odpozorováno: Koeficient a je "zodpovědný" za to kam směřují větve paraboly (nahoru či dolů), c za posunutí grafu ve směru osy y a koeficient b za "průniky grafu s osou x".

Jak je to s rovnicí $y = ax^2 + bx + c$? Co to znamená geomtricky a jaké jsou možnosti?

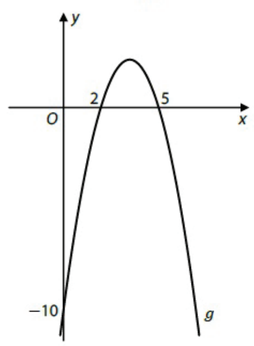
Tj. vidíme, že parabola může mít žádný, jeden či dva průniky s osou x (počty řešení kvadratické rovnice).

Konkrétní příklady

Příklad 9

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 17

Kvadratická funkce g s definičním oborem **R** je dána grafem.



(CZVV)

2 body

17 **Které z následujících vyjádření je předpisem funkce g?**

A) $y = x^2 + 7x - 10$

B) $y = -x^2 + 7x + 10$

C) $y = -(x+2)(x+5)$

D) $y = (x-2)(x+5)$

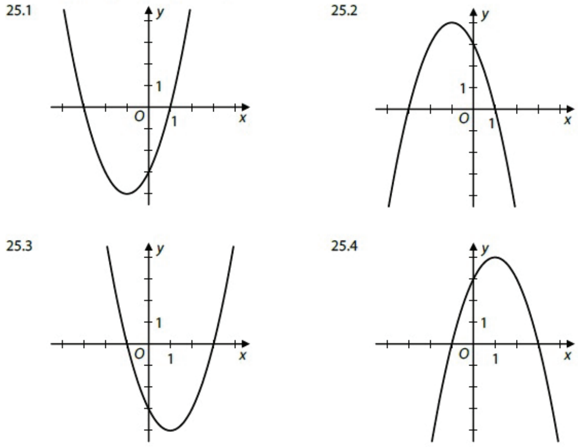
E) $y = (x-2)(5-x)$

Konkrétní příklady

Příklad 10

max. 4 body

25 **Každému z grafů (25.1–25.4) kvadratické funkce přiřaďte odpovídající předpis (A–F).**



A) $y=(x-3)(x+1)$

B) $y=(x-3)(x-1)$

C) $y=(3-x)(x+1)$

D) $y=(x+3)(x+1)$

E) $y=(x+3)(x-1)$

F) $y=(x+3)(1-x)$

Konkrétní příklady

Příklad 11

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Odměna 25 200 korun se rozdělila rovným dílem mezi všechny brigádníky.
Kdyby bylo o 5 brigádníků více, na každého by vyšla odměna o 1000 korun menší.

(CZVV)

max. 3 body

14 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic **vypočtěte, kolik korun dostal každý brigádník.**

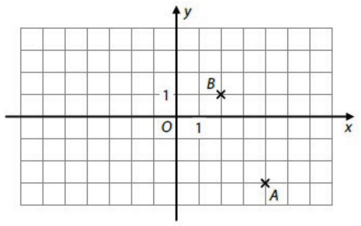
V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

Konkrétní příklady

Příklad 12

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

V kartézské soustavě souřadnic *Oxy* jsou vyznačeny dva mřížové body *A*, *B*.
Grafem funkce *h* je parabola s vrcholem *A* procházející bodem *B*.



(CZVV)

2 body

19 Jaký je předpis funkce *h*?

A) $y = -2x + 5$

B) $y = x^2 - 8x + 13$

C) $y = -x^2 + 4x - 3$

D) $y = \frac{x-1}{3-x}$

E) $y = \frac{3x-9}{x-5}$

Konkrétní příklady

Příklad 13 a 14

1 bod

9 Funkce $g: y = x(x - 36)$ je definována pro všechna $x \in \mathbf{R}$.
Vrcholem grafu funkce g je bod $V[v_1; v_2]$.

Určete první souřadnici v_1 vrcholu V.

max. 2 body

6 V oboru R řešte:

$$\frac{2}{x} = \frac{5}{x^2 - 2x} - 1$$

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

Konkrétní příklady

Příklad 15 a 16

max. 2 body

7 Kvadratická funkce má předpis $y = 2x^2 - 3x$. Její graf protíná přímka p ve dvou různých bodech $P[p_1; 9]$ a $Q[q_1; 9]$.

Vypočtěte souřadnice p_1, q_1 bodů P, Q.

max. 3 body

5 **V oboru R řešte:**

$$x \cdot \left(\frac{2x-6}{x-6} - 1\right) = \frac{6-7x}{6-x}$$

Konkrétní příklady

Příklad 17

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Aleš a Blanka začali současně číst knihu, která má 240 stran. Aleš četl každý den stejný počet stran. Blanka četla denně o 4 strany více než Aleš, a to včetně pátku, kdy knihu dočetla. Aleš pak pokračoval oba víkendové dny, než knihu dočetl.

(CZVV)

max. 3 body

14 Užitím <u>rovnice nebo soustavy rovnic</u> **vypočtěte, kolik stran knihy četl denně Aleš.**

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).