

PŘÍPRAVNÝ KURZ NA MATURITU Z MATEMATIKY

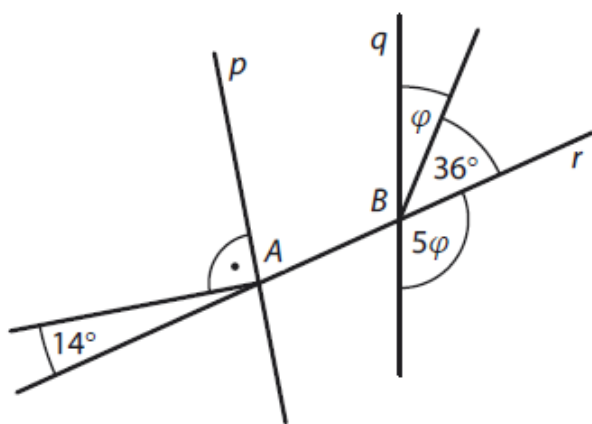
Fakulta strojní ČVUT v Praze 2025

Lekce 7

Geometrie v rovině

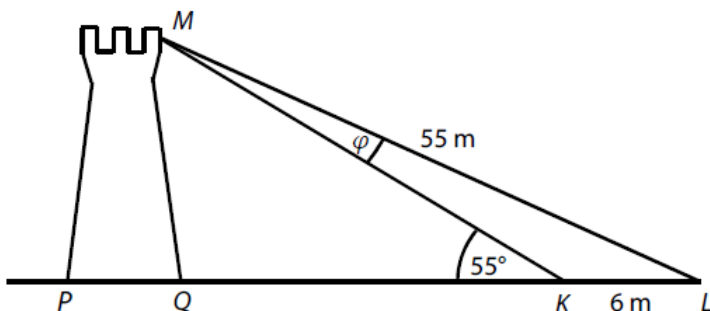
Příklad 1

Přímky p a q protínají přímku r v bodech A, B . V těchto bodech jsou vrcholy všech vyznačených úhlů. Jaká je odchylka přímek p, q ? (Velikosti úhlů neměřte, ale vypočítejte.)



Příklad 2

Z místa pozorování M je možné zaměřit body K, L na obou krajích silnice v zorném úhlu φ . Platí: $|ML| = 55$ cm, $|KL| = 6$ cm, $|\angle QKM| = 55^\circ$, $|\angle KML| = \varphi$, body Q, K a L leží na jedné přímce. Jaká je velikost zorného úhlu φ ? Výsledek zaokrouhlete na desetiny stupně.

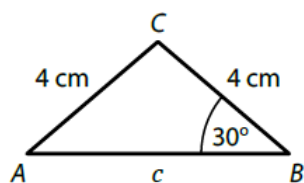
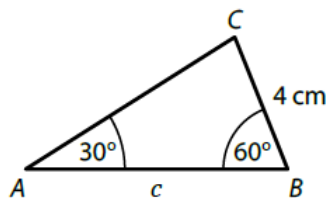
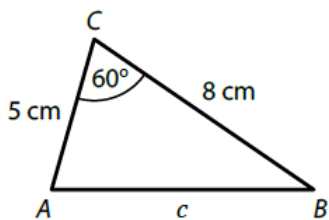


Příklad 3

V trojúhelníku ABC jsou dány délky stran $a = 7$ cm, $b = 8$ cm a $c = 13$ cm. Vypočítejte součet dvou vnitřních úhlů trojúhelníku ABC , z nichž ani jeden není největším vnitřním úhlem tohoto trojúhelníka.

Příklad 4

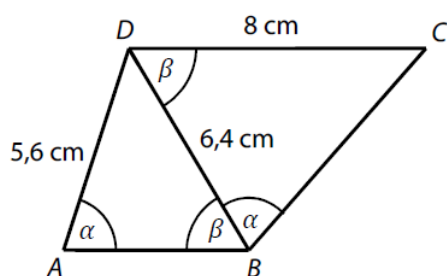
Přiřaďte ke každému zadání trojúhelníku ABC odpovídající délku c úsečky AB .



- A) $4\sqrt{2}$ cm
- B) 6 cm
- C) $4\sqrt{3}$ cm
- D) 7 cm
- E) 8 cm

Příklad 5

Trojúhelníky ABD a BDC jsou podobné. Na obrázku jsou vyznačeny shodné úhly α , β a velikosti stran.



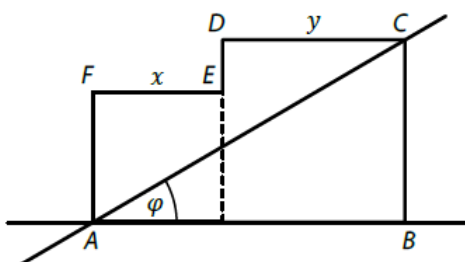
Rozhodněte, zda platí:

- $|AB| : |BD| = |BD| : |CD|$
- Obvod trojúhelníku BCD je 1.25krát větší než obvod ABD .
- $|AB| = 5.12$ cm
- $|BC| = 7$ cm

Příklad 6

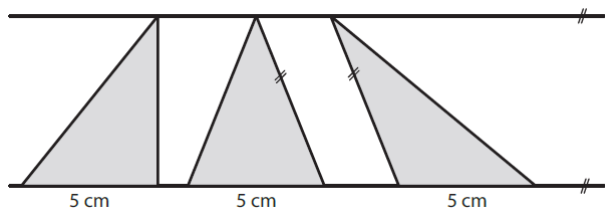
Šestiúhelník $ABCDEF$ na obrázku je složen ze dvou čtverců, jejichž strany mají délky x , y . Odchylka přímk AB a AC je φ .

Vypočítejte poměr $y : x$, jestliže platí: $\tan \varphi = \frac{9}{13}$.



Příklad 7 *

Mezi dvěma rovnoběžkami je umístěn jeden pravoúhlý, jeden rovnoramenný a jeden tupouhlý trojúhelník. Ve všech třech trojúhelnících má nejkratší strana délku 5 cm.



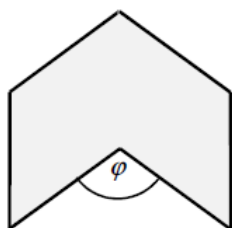
Rozhodněte o pravdivosti následujících tvrzení:

- Obsah rovnoramenného trojúhelníku je větší než obsah tupouhlého trojúhelníku.
- Pro každou výšku v libovolným z uvedených trojúhelníků platí, že její velikost je nepřímo úměrná délce příslušné strany.

Příklad 8

Osově souměrný rovinný obrazec je tvořen dvěma shodnými kosočtverci. Obvod obrazce je 24 cm a vyznačený úhel φ má velikost 140° .

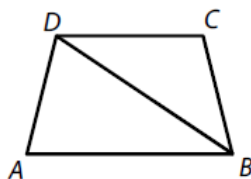
Jaký je obsah obrazce? Výsledek zaokrouhlete na celé cm^2 .



Příklad 9

V lichoběžníku $ABCD$ o obsahu 32 cm^2 je výška $v = 4 \text{ cm}$ a délka jedné základny 6 cm. Lichoběžník je úhlopříčkou BD rozdělen na dva trojúhelníky ABD a BCD .

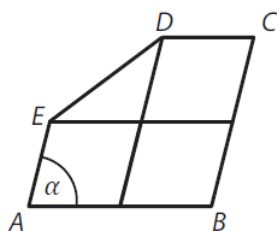
O kolik cm^2 se liší obsahy trojúhelníků ABD a BCD ?



Příklad 10 *

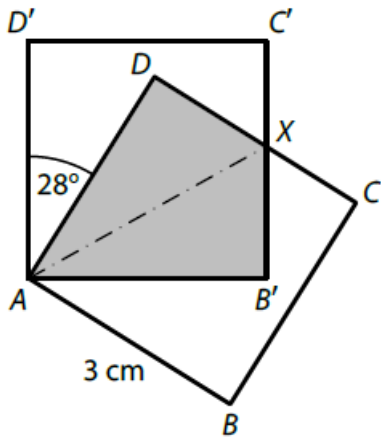
Pětúhelník $ABCDE$ se skládá ze 3 shodných kosočtverců o straně délky 3 cm a tupouhlého trojúhelníku. Dále platí, že $\cos \alpha = \frac{1}{9}$.

Jaký je obvod pětúhelníku $ABCDE$?



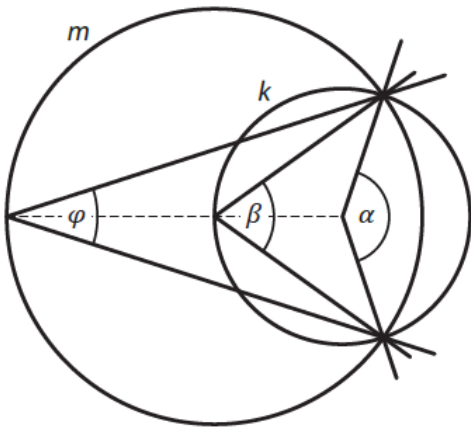
Příklad 11 *

V otočení $\mathcal{R}(A; 28^\circ)$ je čtverec $AB'C'D'$ obrazem čtverce $ABCD$ se stranou délky 3 cm. Bod X je průsečík úseček CD a $B'C'$. Průnikem obou čtverců je šedý čtyřúhelník $AB'XD$, který je osově souměrný podle osy AX . Jaký je obsah šedého čtyřúhelníku $AB'XD$? Výsledek zaokrouhlete na desetiny cm^2 .

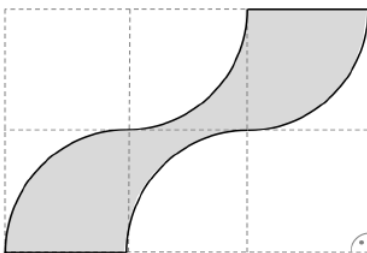
**Příklad 12 ***

Vrcholy úhlů α, β jsou středy kružnic k, m . Vrcholy úhlů β, γ leží na kružnicích k, m . Vrcholy všech tří úhlů leží na téže přímce a ramena úhlů procházejí průsečíky kružnic k, m .

- Pro $\beta = 80^\circ$ vypočtete rozdíl $\alpha - \gamma$.
- Vypočtete velikost β , jestliže $\alpha + \gamma = 180^\circ$.

**Příklad 13**

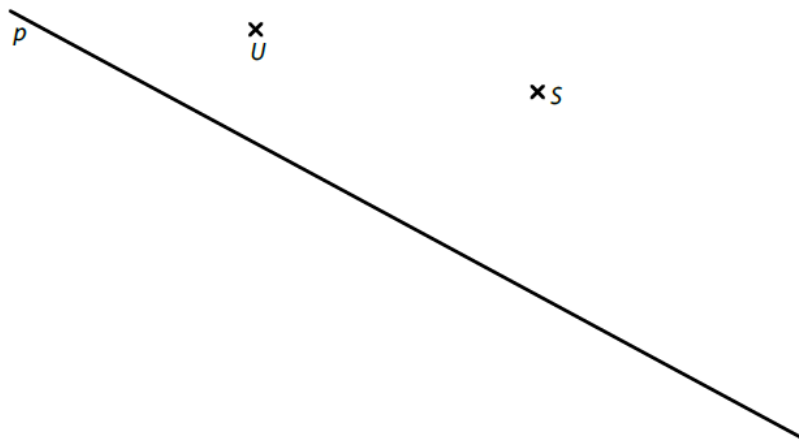
Šedý obrazec na obrázku je ohraničen čtyřmi čtvrtkružnicemi o poloměru 5 cm a stranami dvou čtverců. Vypočtete obsah (v cm^2) a obvod (v cm) šedého obrazce. Výsledek obvodu zaokrouhlete na desetiny cm.



Příklad 14 *

V rovině leží body S, U a přímka p . Na přímce p leží vrchol B rovnostranného trojúhelníka ABC . Bod S je střed strany BC , bod U leží na straně AC .

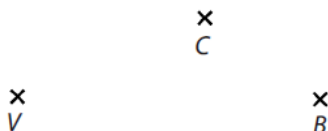
Proveďte náčrtek trojúhelníku ABC a запиšte rozbor nebo postup konstrukce pro vrchol C , sestrojte vrcholy trojúhelníku ABC a trojúhelník narýsujte. Najděte všechna řešení.



Příklad 15 *

V rovině jsou dány body B, C a V . Na ose konvexního úhlu BVC leží body M a N a platí, že $|VM| = 5$ cm a $|MN| = \frac{1}{2}|VM|$.

Sestrojte body M, N a narýsujte nekonvexní čtyřúhelník $VBP N$ osově souměrný podle osy o , která prochází body B a N . Najděte všechna řešení.



Přehled základních vzorců a vztahů

(Zdroj: Matematicko fyzikální a chemické tabulky pro SŠ)

Obecný trojúhelník

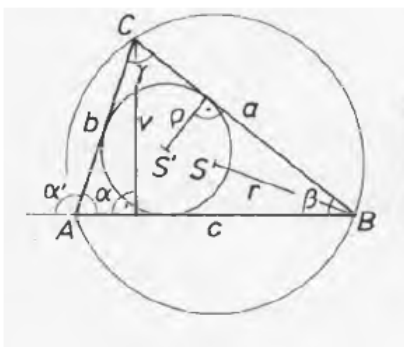
$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$$

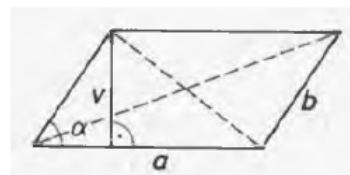
$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$S = \frac{a \cdot v_a}{2}$$



Rovnoběžník



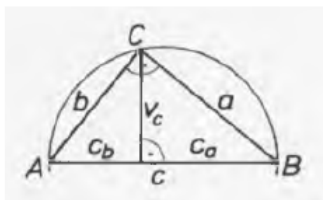
$$S = a \cdot v$$

Pravouhlý trojúhelník

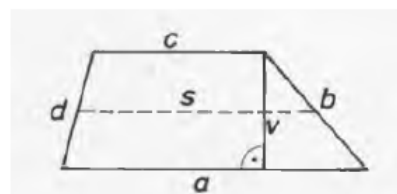
$$\sin \alpha = \frac{a}{c}, \cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}, \operatorname{cotg} \alpha = \frac{b}{a}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad S = \frac{ab}{2}$$



Lichoběžník

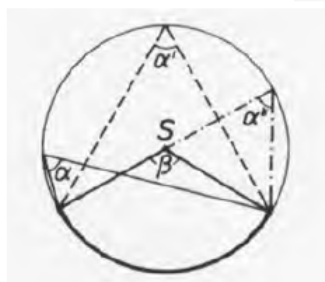
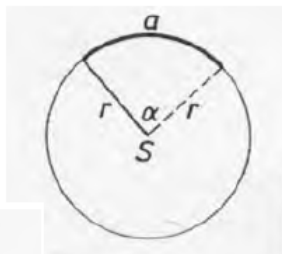


$$S = \frac{a + c}{2} v$$

Kružnice/kruh

$$o = 2\pi r = \pi d$$

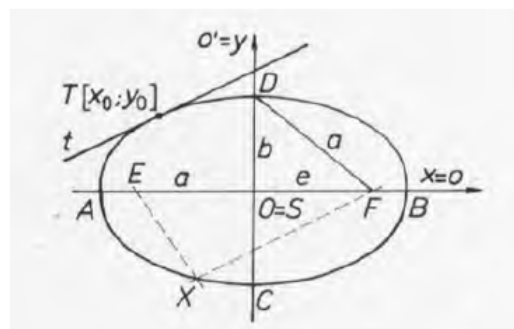
$$S = \pi r^2 = \pi \frac{d^2}{4}$$



$$\alpha = \alpha' = \alpha'' = \dots$$

$$\beta = 2\alpha$$

Elipsa



$$e = |FS| = |SE| = \sqrt{a^2 - b^2}$$

Videa z lekcí najdete na

<https://fs.cvut.cz/pripravny-kurz-z-matematiky/>

Dotazy, názory, připomínky, přání pište na

ludek.benes@fs.cvut.cz