PŘÍPRAVNÝ KURZ NA MATURITU Z MATEMATIKY

Fakulta strojní ČVUT v Praze 2025

Lekce 6
Posloupnosti a finanční matematika

Aritmetická posloupnost - příklady

Příklad 1 - FS
V aritmetické posloupnosti je třetí člen $a_3 = 5$ a součet jejích šesti členů je $s_6 = 39$. Určete první člen posloupnosti a_1 a diferenci d. $[a_1 = -1, \quad d = 3]$

Příklad 2 - FS
Pátý člen aritmetické posloupnosti je $a_5 = 23$ a desátý je $a_{10} = 48$. Určete kolik je součet všech členů dané posloupnosti mezi dvacátým a třicátým členem $(a_{20} + a_{21} + ... + a_{30} =?)$. [1353]

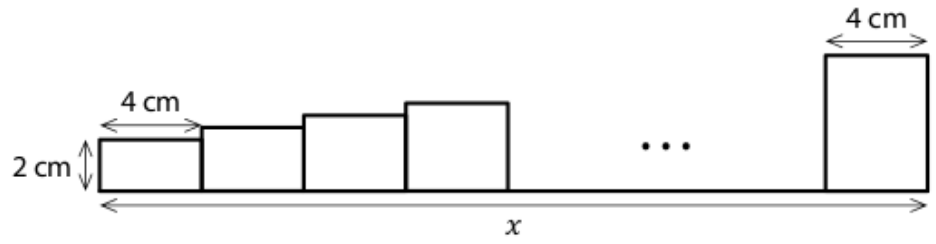
Příklad 3
Trubky téhož průměru se pokládají do vrstev tak, že trubky každé horní vrstvy zapadají do mezer dolní vrstvy. Do kolika vrstev se uloží 75 trubek, má-li nejvyšší vrstva mít 3 trubky? [Do 10 vrstev.]

Příklad 4

Rovinný obrazec se skládá z pravoúhelníků (obdélníků a jednoho čtverce).

První pravoúhelník je obdélník s rozměry 4 cm a 2 cm. První rozměr (4 cm) je stejný i u všech následujících pravoúhelníků, druhý rozměr (délka svislé strany) je u každého dalšího pravoúhelníku o 0,2 cm větší než u předchozího pravoúhelníku.

Obsah posledního pravoúhelníku je 20 cm^2.



Vypočtěte:

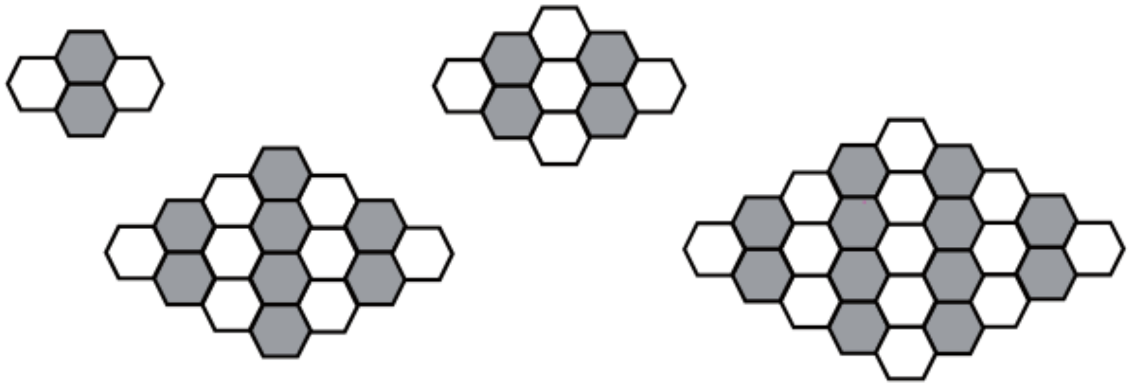
1. pořadí pravoúhelníku, který je čtverec, [11. pravoúhelník]
2. v cm délku x celého obrazce, $[x = 64 \text{ cm}]$
3. v cm^2 obsah celého obrazce. [224 cm^2]

Příklad 5

Obrazce jsou tvořeny bílými a tmavými šestiúhelníky uspořádanými do sloupců.

Počet šestiúhelníků ve sloupcích se postupně zvětšuje, a to od levého, resp. pravého okraje obrazce směrem ke středu.

Každý obrazec vždy začíná a končí sloupcem s jediným bílým šestiúhelníkem.



V jednom z dalších orazců je v nejdelším sloupci 59 šestiúhelníků (nad sebou). Určete v tomto obrazci:

1. počet všech tmavých sloupců. [58]
2. počet všech bílých šestiúhelníků [1741]

Geometrická posloupnost - příklady

Příklad 1 - FS
V geometrické posloupnosti je první člen $a_1 = 3$ a součet čtyř prvních členů je $s_4 = 45$. Určete kvocient q a 5.člen posloupnosti a_5. $[q = 2,\ a_5 = 48]$

Příklad 2
Vytváříme dvě posloupnosti $(\,a(n)\,)_{n=1}^{\infty}$ a $(\,b(n)\,)_{n=1}^{\infty}$. První člen je v obou posloupnostech stejný: $a_1 = b_1$. V posloupnosti $(\,a(n)\,)_{n=1}^{\infty}$ je druhý a každý další člen větší než předchozí člen vždy o 25 % prvního členu. V posloupnosti $(\,b(n)\,)_{n=1}^{\infty}$ je druhý a každý další člen větší než předchozí člen vždy o 25 % předchozího členu. Jaký je poměr členů b_{33} a a_{33}? $[\frac{b_{33}}{a_{33}} \doteq 140.242]$

Příklad 3
Délky hran kvádru mají tvořit tři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti. Délky dvou hran kvádru jsou 5 cm a 8 cm. Jaký je největší možný objem kvádru? [512 cm^3]

Příklad 4
Při průchodu skleněnou deskou ztrácí světlo 5% své instenzity.Kolik desek je potřeba dát na sebe, aby se intenzita světla při průchodu snížila aspoň na polovinu původní hodnoty? [14]

Příklad 5
Za pět let se počet obyvatel města zvýšil o 12 %. Jaký byl roční přírůstek?
(počítejte s přesností na desetiny) [2.3 %]

Finanční matematika - příklady

Příklad 1
V kocourkovské firmě má na počátku každý pracovník stejnou základní hodinovou mzdu. Ke zvýšení hodinové mzdy může dojít během kariéry nejvýše 4krát. Po každém zvýšení je poměr zvýšené mzdy ku předchozí mzdě 3 : 2. Pan Kočka má po dvojím zvýšení hodinovou mzdu o 200 korun vyšší než na počátku. Vypočtěte, kolik korun činí v kocourkovské firmě

1. základní hodinová mzda, [160 Kč]
2. nejvyšší možná hodinová mzda. [810 Kč]

Příklad 2
Úvěr s 10% roční úrokovou mírou pan Novák splatí po dvou letech jednorázovou částkou 72 600 Kč. (Jedná se o složené úrokování, tedy na konci každého roku se aktuální dlužná částka zvýší o 10 %.)
Kolik korun banka panu Novákovi půjčila? [60 000 Kč]

Příklad 3
V Kocourkově si klient založil účet a vložil na něj 2 000 zlaťáků (zl.). Po uplynutí každého roku se aktuální částka na jeho účtu zvětší o polovinu. Klient na účet žádné další peníze nevkládá, ani je z účtu nevybírá.

1. Vypočtěte kolik zlaťáků bude mít klient na účtu po dvou letech od jeho založení. [4500 zl.]
2. Po kolika letech od založení účtu bude mít klient poprvé na účtu přes 1 milion zl.? [Po 16 letech]

Příklad 3
Banka u hypotečních úvěrů používá složené úročení s ročním úrokovacím obdobím a připisováním úroků na konci roku. Banka poskytla klientovi na počátku roku hypoteční úvěr, který klient začal splácet až po uplynutí tří let. Za tuto dobu úroky navýšily dlužnou částku o 9,3 %.
Jaká je roční úroková míra hypotečního úvěru? [3%]

Příklad 4
Banka poskytla podnikateli počátkem roku úvěr ve výši 1.5 milionu Kč na dobu pěti let s roční úrokovou mírou 5 % p.a. Podnikatel bude půjčku splácet v pěti stejných ročních splátkách, s nimiž začne po jednom roce od poskytnutí úvěru. Kolik korun bude činit jedna splátka? [346 462 Kč]

Příklad 5 - zjednodušený model inflace
Předpokládejte, že meziroční (míra) inflace je konstatní. Jaká byla meziroční (míra) inflace, když rohlík za 5 let zdvojnásobil svoji cenu? (Počítejte s přesností na setiny.) [14.87%]

.

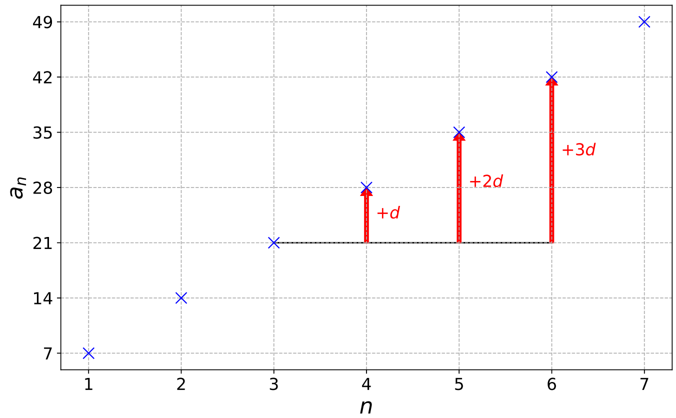
Vzorce

Aritmetická posloupnost:

$a_n = a_1 + (n-1)d$
d je diference

$a_n = a_{n-1} + d$

$k-$tý součet: $s_k = \frac{k}{2}(a_1 + a_k)$



.

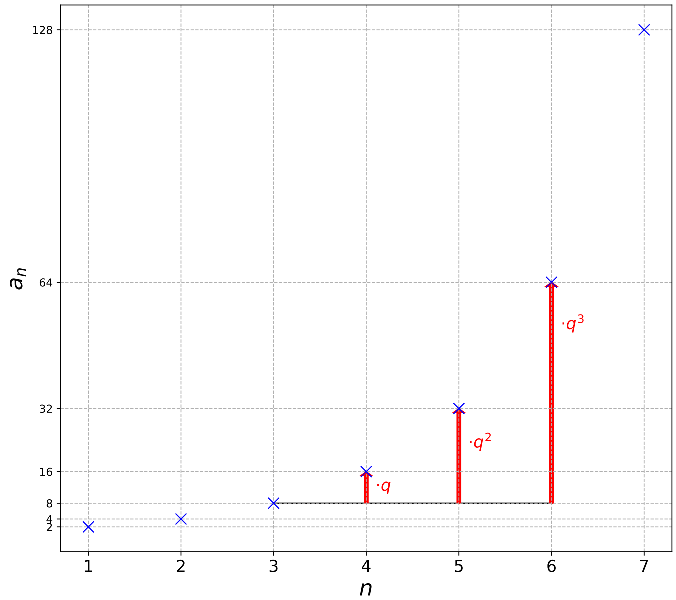
Geometrická posloupnost:

$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$
q je kvocient

$(a_n = a_0 \cdot q^n)$

$a_n = a_{n-1} \cdot q$

$k-$tý součet: $s_k = a_1 \frac{q^k - 1}{q-1}$



Videa z lekcí najdete na
https://fs.cvut.cz/pripravny-kurz-z-matematiky/

Dotazy, názory, připomínky, přání pište na
ludek.benes@fs.cvut.cz