

## Úloha 12

### Stanovení elektrického odporu z Ohmova zákona

#### Elektrický odpor vodivých látek

Elektrický proud je zprostředkován pohybem nosičů elektrického náboje. V polovodičích jsou to elektrony a tzv. díry (místa, kde chybí elektron, která se chovají jako částice s kladným nábojem). V elektrolytech jsou nosiči náboje ionty obojího znaménka, v plynech jsou to ionty obou polarit i elektrony a v kovu jsou to záporně nabitě elektrony. V atomech kovu jsou totiž valenční elektrony slabě vázány k jádru atomu a v krystalu kovu se tyto elektrony snadno uvolní od svých atomů, volně se pohybují objemem kovu a stávají se **vodivostními elektrony**. Dále se omezíme pouze na kovové vodiče.

Při tepelném, neuspořádaném pohybu elektronů bez vnějšího elektrického pole jsou všechny směry pohybu elektronů stejně pravděpodobné (izotropní rozdělení rychlostí elektronů) a výsledný makroskopický elektrický proud je nulový.

Existence vnějšího elektrického pole intenzity  $\vec{E}$  vyvolá uspořádaný pohyb elektronů, který se na neuspořádaný pohyb elektronů superponuje (skládá se s ním). Rychlost tohoto uspořádaného pohybu (**driftová rychlost**) je přímo úměrná hustotě proudu a dosahuje střední hodnoty zhruba  $v \approx 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Platí tedy:

$$\vec{j} = en\vec{v} \quad (1)$$
$$|\vec{j}| = \frac{I}{S} \quad [j] = \text{A} \cdot \text{m}^{-2},$$

kde  $e$  je náboj elektronu,  $n$  je koncentrace volných elektronů (u kovů řádově  $10^{29} \text{ m}^{-3}$ ),  $I$  je elektrický proud ve vodiči a  $S$  je plocha průřezu vodiče.

Vztah mezi hustotou proudu  $\vec{j}$  a intenzitou elektrického pole  $\vec{E}$  v určitém místě (malém, proto diferenciálním) vodiči vyjadřuje ve většině případů dostatečně přesně **Ohmův zákon v diferenciálním tvaru**

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (2)$$

v němž  $\sigma$  je **konduktivita** (měrná vodivost),  $[\sigma] = \text{S} \cdot \text{m}^{-1} = \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ . **Rezistivita** (měrný odpor) je převrácená hodnota konduktivity

$$\rho = \frac{1}{\sigma}, \quad [\rho] = \Omega \cdot \text{m}.$$

Ohmův zákon v diferenciálním tvaru pak můžeme psát

$$\vec{j} = \frac{\vec{E}}{\rho} \quad (3)$$

Pro homogenní elektrický vodič délky  $l$  s konstantní plochou průřezu platí:  $U = El$  a proto pak můžeme psát:

$$E = \rho j = \rho \frac{I}{S}$$

$$\frac{U}{l} = \rho \frac{I}{S} \quad (4)$$

$$\Rightarrow R = \frac{U}{I} = \rho \frac{l}{S}$$

kde  $U$  je elektrické napětí,  $I$  je elektrický proud a  $R$  je elektrický odpor. Za pomoci těchto vztahů lze Ohmův zákon v diferenciálním tvaru převést na **Ohmův zákon v integrálním tvaru** (pro velké rozměry poskládané z malých kousků, proto integrální)

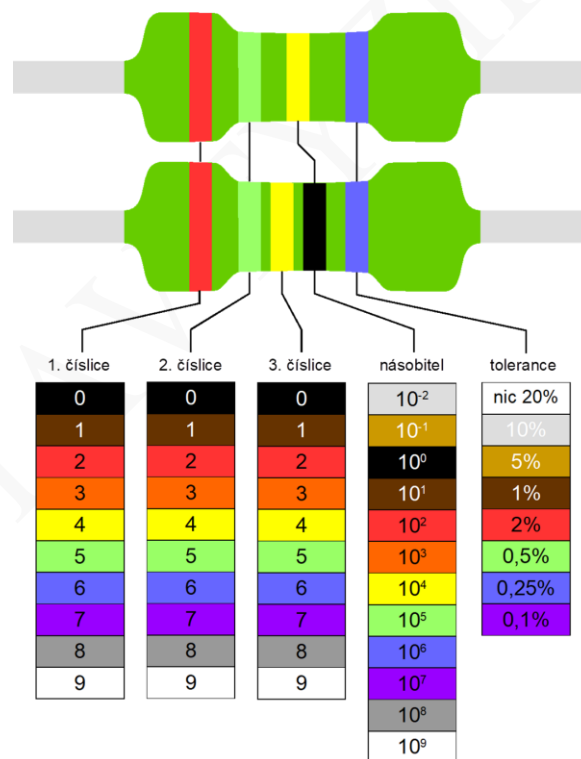
$$I = \frac{U}{R} \quad (5)$$

Elektrický proud protékající vodičem tento zahřívá výkonem

$$P = UI = \frac{U^2}{R} = RI^2 \quad (6)$$

$[P] = W,$

kde  $P$  je elektrický výkon.



Obr. 1: Značení hodnot rezistorů pomocí barevných proužků

V elektrických obvodech se elektrický odpor realizuje pomocí součástky nazývané **rezistor**. Běžně se však pro její označení používá i slovo odpor. Dva nejpodstatnější parametry této součástky jsou **ztrátový výkon**, tedy tepelný výkon, který součástka dokáže bez nežádoucích následků pro ni odevzdat svému okolí a **odpor** zmíněný výše. Hodnota ztrátového výkonu a

odporu bývá zvláště na rezistorech většího rozměru uvedena jako text. U rozměrově menší rezistorů je odpor uveden pomocí barevných proužků.

### **Zadání:**

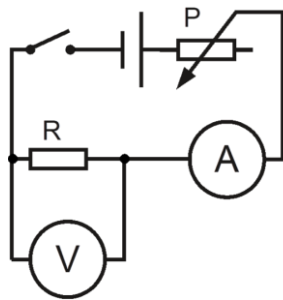
- 1) Proved'te orientační měření hodnot odporů jednotlivých rezistorů digitálním multimetrem a rozhodněte, který odpor je elektricky „malý“ a který je „velký“.
- 2) Stanovte velikost jednoho „malého“ a jednoho „velkého“ odporu z Ohmova zákona a určete nejistoty.
- 3) Stanovte rezistivitu materiálu ze kterého je vyroben „malý“ odpor a její nejistotu.
- 4) Vypočítejte hustotu proudu ve vodiči, z něhož je zhotoven rezistor s „malým“ odporem

### **Teorie**

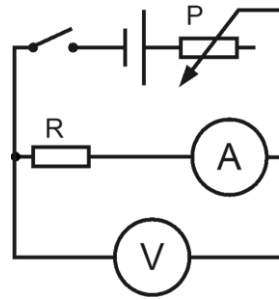
Pro určení odporu z Ohmova zákona je třeba změřit napětí na příslušném rezistoru (vodiči, spotřebiči) a proud, který jím prochází. Vzhledem k tomu, že elektrické měřicí přístroje mají určitý vnitřní odpor, ovlivňují měřicí obvod.

- Chceme-li, aby ovlivnění elektrického obvodu měřicími přístroji bylo co možná nejmenší, musí být **vnitřní odpor voltmetru co možná největší** (u běžných voltmetrů 10 M $\Omega$  a více) a **vnitřní odpor ampérmetru co možná nejmenší**.
- Uvažujme obvody znázorněné na obr. 2 a 3. Pak v případě zapojení pro měření malých (vzhledem k vnitřnímu odporu voltmetru) odporů na obr. 2 bude **proud tekoucí větví s voltmetrem malý ve srovnání s proudem tekoucím větví s měřeným rezistorem**.
- V případě zapojení pro měření velkých (vzhledem k vnitřnímu odporu ampérmetru) odporů obr. 3 bude **úbytek napětí na vnitřním odporu ampérmetru malý ve srovnání s úbytkem napětí na měřeném rezistoru**.

Je proto vhodné volit různá zapojení přístrojů pro měření velkých a malých odporů. Velkým odporem se v této souvislosti rozumí odpor mnohem větší (více než o řád) než je odpor použitého ampérmetru. Malým odporem se rozumí odpor mnohem menší (více než o řád) než je odpor použitého voltmetru.



Obr.2: Zapojení pro měření "malých" odporů



Obr.3: Zapojení pro měření "velkých" odporů

**Malý odpor** měříme v zapojení podle schématu na obr. 2. Proud  $I$  procházející měřeným odporem je menší než proud  $I_A$  procházející ampérmetrem, protože paralelně připojeným voltmetrem protéká malý proud  $I_V$ . Podle I. Kirchhoffova zákona platí:

$$I_A = I + I_V$$

Složením paralelních odporů  $R$  a  $R_V$  a z Ohmova zákona dostaneme

$$\frac{1}{R_C} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_V} \Rightarrow I_A = \frac{U_V}{R_C} = U_V \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R_V} \right)$$

a po úpravě pro hledaný odpor

$$\frac{I_A}{U_V} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_V} \Rightarrow R = \frac{1}{\frac{I_A}{U_V} - \frac{1}{R_V}} \approx \frac{U_V}{I_A} \quad (7)$$

Přibližná hodnota  $\frac{U_V}{I_A}$  je tím přesnější, čím menší je měřený odpor ve srovnání s odporem voltmetru.

**Velký odpor** měříme v zapojení podle schématu na obr. 3. Podle Ohmova zákona platí  $U_V = (R + R_A) I_A$ , tedy

$$R = \frac{U_V}{I_A} - R_A \approx \frac{U_V}{I_A} \quad (8)$$

Přibližná hodnota  $\frac{U_V}{I_A}$  je tím přesnější, čím menší je odpor ampérmetru  $R_A$  ve srovnání s měřeným odporem  $R$ .

Poznámka: Není-li měřený odpor podstatně menší než odpor voltmetru  $R_V$  v zapojení podle obr. 2 a podstatně větší než odpor ampérmetru  $R_A$  v zapojení podle obr. 3, nelze ve vztazích (7) a (8) zanedbat korekční členy zahrnující vnitřní odpory měřících přístrojů  $R_A$  a  $R_V$ .

## Měření

- zapojte měřicí obvod podle příslušného obrázku

- zapněte měřicí přístroje
- zapněte napájecí zdroj s napětím staženým na nulu
- nastavte napětí zdroje, ochranný odpor a měřicí přístroje tak, aby měřené hodnoty byly ve třetí třetině rozsahu
- spočtete odpor
- vypněte zdroj a měřicí přístroje

### ***Nejistoty měření***

Při měření odporu pomocí dvojice naměřených hodnot proudu a napětí stanovíme nejistoty hodnot proudu a napětí na základě třídy přesnosti a rozsahu přístroje. Při výpočtu nejistoty odporu předpokládejte, že zdroji nejistoty jsou omezená přesnost ampérmetru a voltmetru, a protože měření se provádí pouze jednou, uvažujeme pouze nejistotu typu B. Relativní nejistotu typu B odporu a rezistivity určete aplikací vztahu pro relativní chybu součinu a podílu (text *Chyby a nejistoty*) veličin na vztahy (7) a (8) a (4). Délka vodiče byla stanovena s chybou 5 cm, průměr vodiče byl měřen mikrometrem.