

Úloha 10

Určení vlnové délky akustické vlny

Interference vlnění

Interference vlnění je proces, při němž v prostředí, jímž se současně šíří dvě nebo více (dílčích) vln stejné fyzikální povahy, vzniká výsledná vlna. V prostředí nastává skládání kmitů, příslušejících jednotlivým vlněním, ve výsledný kmit a výslednou vlnu – nastává interference vlnění.

Nechť dvě vlnění mají stejnou fázovou rychlost v a mají stejnou vlnovou délku λ i stejnou úhlovou frekvenci ω , či frekvenci f a periodu T . Předpokládáme, že vlnění šířící se bodovou řadou jsou buď obě podélná, nebo příčná. Výchylka výsledného vlnění v kterémkoliv bodě řady je rovna součtu výchylek obou skládaných dílčích vlnění.

Oba dílčí kmity prvního bodu řady jsou harmonické a mají nenulovou počáteční fázi φ_{01} či φ_{02} a můžeme je popsat rovnicemi tvaru

$$u_1(0, t) = A_1 \sin(\omega t + \varphi_{01}), \quad u_2(0, t) = A_2 \sin(\omega t + \varphi_{02}), \quad (1)$$

kde A_1, A_2 jsou amplitudy výchylky dílčích kmitů. Dílčí vlny je tedy možné popsat rovnicemi

$$u_1(x, t) = A_1 \sin[(\omega t - kx) + \varphi_{01}] \quad u_2(x, t) = A_2 \sin[(\omega t - kx) + \varphi_{02}]. \quad (2)$$

Výchylka výsledného vlnění v místě x a v čase t bude dána součtem

$$u(x, t) = u_1(x, t) + u_2(x, t). \quad (3)$$

Nenulové vzájemné fázové posunutí $\Delta\varphi = \varphi_{02} - \varphi_{01}$ dílčích kmitů prvního bodu řady vyvolá dráhový (vzdálenostní) rozdíl dílčích vln. Dráhový rozdíl vlnění $\Delta x = x_2 - x_1$ (x_1 a x_2 měříme od libovolně zvoleného místa 0 na bodové řadě) je vzdálenost dvou bodů, jejichž dílčí kmity, příslušející jedné či druhé dílčí vlně, mají stejnou fázi. (viz obr. 1). Fázové posunutí a dráhový rozdíl spolu souvisí a dá se ukázat, že platí $\Delta\varphi = k\Delta x = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$ (pokud je

např. $\Delta\varphi = \pi$ tak $\Delta x = \frac{\lambda}{2}$).

Nejprve si pro jednoduchost zvolme $A_1 = A_2 = A$. Výchylka výsledného vlnění je tedy

$$u(x, t) = u_1(x, t) + u_2(x, t) = A \sin[(\omega t - kx) + \varphi_{01}] + A \sin[(\omega t - kx) + \varphi_{02}] \quad (4)$$

Použitím goniometrického vztahu $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ dostaneme:

$$u(x,t) = 2A \sin \left(\omega t - kx + \frac{\varphi_{01} + \varphi_{02}}{2} \right) \cos \left(\frac{\varphi_{01} - \varphi_{02}}{2} \right) \quad (5)$$

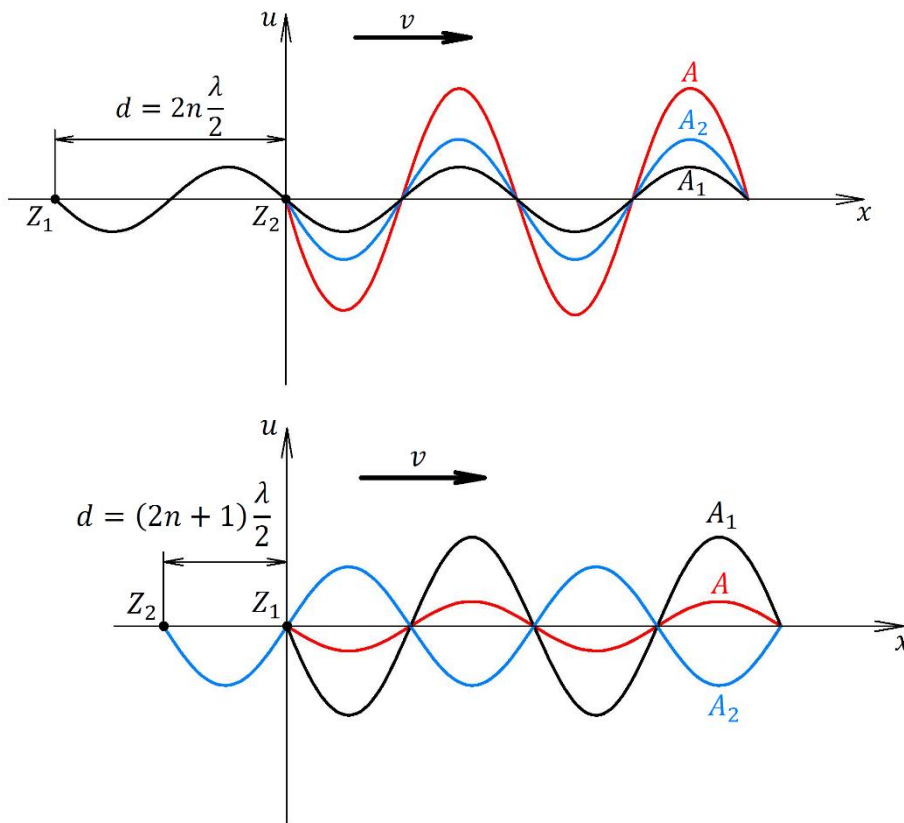
$$u(x,t) = 2A \cos \left(\frac{-\Delta\varphi}{2} \right) \sin(\omega t - kx + \bar{\varphi}) \quad (6)$$

Výraz $\frac{\varphi_{01} + \varphi_{02}}{2}$ jsme pro zjednodušení označili $\bar{\varphi}$ a dále platí $\cos \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right) = \cos \left(-\frac{\Delta\varphi}{2} \right)$, protože kosinus je funkce sudá

$$u(x,t) = 2A \cos \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right) \sin(\omega t - kx + \bar{\varphi}). \quad (7)$$

Výsledné vlnění bude mít stejnou fázovou rychlost v , stejnou vlnovou délku λ i stejnou úhlovou frekvenci ω . Člen $2A \cos \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right)$ je konstantní a určuje amplitudu výsledné vlny. Její velikost závisí na fázovém rozdílu $\Delta\varphi$.

- Bude-li $\left| \cos \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right) \right| = 1$, mluvíme o konstruktivní interferenci, amplituda výsledných kmitů bude maximální. Vyřešením této rovnice dostaneme podmínku $\Delta\varphi = 2n\pi$, kde n je libovolné celé číslo. Dráhový rozdíl bude v tomto případě $\Delta x = n\lambda$.
- Bude-li naopak $\left| \cos \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right) \right| = 0$, mluvíme o destruktivní interferenci, kdy amplituda výsledných kmitů bude nulová. Vyřešením této rovnice dostaneme podmínku $\Delta\varphi = (2n+1)\pi$, kde n je libovolné celé číslo. Dráhový rozdíl bude v tomto případě $\Delta x = (2n+1) \frac{\lambda}{2}$ (obr.1)



V případě, že amplitudy dílčích vln jsou různé $A_1 \neq A_2$, jsou podmínky pro konstruktivní či destruktivní interferenci stejné. Při konstruktivní interferenci bude amplituda výsledných kmitů rovna $A_1 + A_2$ a při destruktivní nebude nulová, ale $|A_1 - A_2|$.

Více o vlnění je ve skriptech z Fyziky I na straně 129.

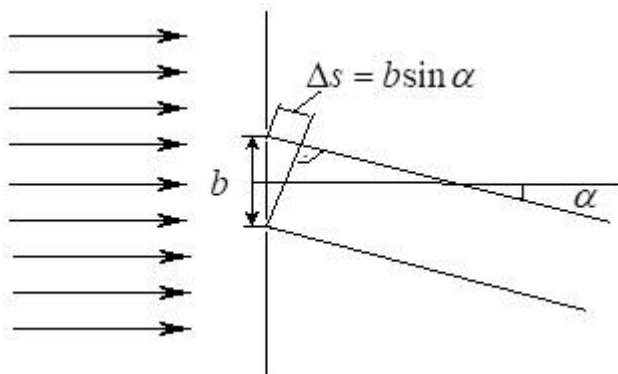
Zadání:

- 1) Změřte napětí U na výstupu mikrofону v závislosti na úhlu α a znázorněte graficky jako funkci $U = f(\alpha)$.
- 2) Pro úhly odpovídající minimům napětí (amplitudy tlaku) vypočtete vlnovou délku λ_n .
- 3) Stanovte střední hodnotu $\bar{\lambda}$ a porovnejte ji s hodnotou λ , kterou vypočítáte pomocí frekvence nastavené na generátoru.

Teorie:

Jestliže rovinná akustická vlna prochází dvěma úzkými štěrbinami vzdálenými od sebe o b (velikost b musí být řádově srovnatelná s vlnovou délkou dopadající vlny), nastává na obou štěrbinách ohyb vlnění. Můžeme najít sobě odpovídající paprsky ve směru určeném úhlem α , jejichž dráhový rozdíl Δs splňuje podmínku pro vznik interferenčního minima (maxima). Z obr. 2 vyplývá, že $\Delta s = b \sin \alpha$. Výsledkem ohybu a interference na dvou štěrbinách je

vznik maxim a minim intenzity v interferenčním poli. Amplituda napětí na výstupu z mikrofону je úměrná akustickému tlaku na vstupu mikrofону a platí pro ni vztah $U(\alpha) \approx \cos \varphi(\alpha)$, kde $\varphi(\alpha)$ je fázové posunutí výsledné vlny šířící se ve směru daném úhlem α .



Obr. 2 Interference vlnění na dvou štěrbinách

Pro interferenční minima v ohybovém obrazci platí

$$b \sin \alpha = (2n - 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (8)$$

kde n ($n = 0, 1, 2, \dots$) je řád interferenčního minima. Vlnovou délku pak můžeme stanovit ze vztahu

$$\lambda_n = \frac{2}{2n - 1} b \sin \alpha_n \quad (9)$$

Měření:

- Změřte závislost napětí $U = U(\alpha)$ měřeného na výstupu mikrofónu v závislosti na úhlu α . Úhel α nastavujte po 2° do možné maximální hodnoty. V okolí maxim a minim proměřte podrobněji – s krokem $0,5^\circ$.
- Zjistěte „pravé“ a „levé“ úhly pro jednotlivá minima a stanovte průměrnou hodnotu úhlu pro jednotlivé řády dle vztahu

$$\alpha_n = \frac{\alpha_{nP} + \alpha_{nL}}{2} \quad (10)$$

- Pro dané (zprůměrované) úhly α_n odpovídající minimům napětí vypočítejte vlnovou délku λ_n ze vztahu (9). **Vzdálenost štěrbin je 30 mm.** Úhel α_n odpovídá n -tému řádu minima.

- Ze všech vypočítaných vlnových délek určete průměrnou hodnotu $\bar{\lambda}$ a porovnejte ji s hodnotou λ , kterou vypočítáte pomocí vztahu $\lambda = \frac{c}{f}$, kde f je frekvence zvukové vlny (40,2 kHz), c je fázová rychlost šíření zvukové vlny ve vzduchu při dané teplotě t (ve °C) podle vztahu

$$c = 344,3 + 0,62[t - 20] \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (11)$$

Nejistoty měření:

Nejistotu výsledku v této úloze nepočítejte.