

Mechanika hmotného bodu

Kinematika

1. Určete trajektorii, velikost rychlosti v a velikost zrychlení hmotného bodu, jehož kartézské souřadnice jsou jako funkce času t vyjádřeny rovnicemi:
 $x = A \cos \omega t$, $y = A \sin \omega t$, $z = Bt$, obecně a pro hodnoty: $A = 2 \text{ m}$, $B = 3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $\omega_1 = \omega_2 = 3\text{s}^{-1}$.
($6,7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $18 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$)
2. Určete rychlost a zrychlení pohybu, jehož trajektorie závisí na čase podle vztahu (b, c jsou kladné konstanty v základních jednotkách SI):
 - a) $s = s_0 + ct + \frac{1}{2}gt^2$
 - b) $s = ce^{-bt}$ (a) $v = c + gt$, $a = g$; b) $v = -bc e^{-bt}$, $a = b^2 ce^{-bt}$)
3. Raketa se pohybuje po určitou krátkou dobu přímočaře, její trajektorie s závisí na čase t podle vztahu : $s = \frac{2}{9} \sin \frac{\pi t}{2} + s_0$. Určete zrychlení a tohoto pohybu v čase $t = 1 \text{ s}$ ($a = -\frac{\pi^2}{18} = -0,55 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$)
4. Dvě auta jedou přímo proti sobě. První rychlostí o velikosti $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, druhé rychlostí o velikosti $30 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Obě auta jsou schopna zastavit z rychlosti o velikosti $25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ za 5 s .
 - a) Jak daleko musí být od sebe auta, aby se nesrazila?
 - b) Jak daleko by auta musela být, kdybychom započítali reakční dobu řidičů, která je rovna asi $0,2 \text{ s}$?
(130 m ; 140 m)
5. Těleso padá volným pádem. V bodě A své trajektorie má rychlost $4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, v bodě B má rychlost $16 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Určete:
 - a) vzdálenost bodů A, B
 - b) dobu, za kterou těleso vzdálenost mezi body A, B urazí. (12,1 m; 1,22 s)
6. Rychlovarná konvice přestala vařit, byla tedy majitelkou vyhozena oknem z výšky 7 metrů . Jakou rychlostí dopadla konvice na zem? Odpor vzduchu zanedbejte. ($11,7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$)
7. Akrobatický lyžař má před odrazem nájezdovou rychlost $57,6 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Předpokládejte, že se na můstku odrazí svisle vzhůru.
 - a) Určete jeho rychlost za 2 s a výšku, ve které se bude v té době nacházet.
 - b) Určete maximální výšku skoku. (12 m; 1,6 s)

8. Gumový míček jsme hodili na zem z výšky 90 cm. Z ruky nám vyletěl rychlostí 8 m.s^{-1} . Do jaké výšky se odrazil od země, pokud srážka míčku se zemí byla dokonale pružná? Do výpočtů dosazujte hodnotu tíhového zrychlení 10 m.s^{-2} . (4,1 m)
9. Z rozhledny o výšce 30 m byl vržen kámen ve vodorovném směru rychlostí 10 m.s^{-1} . Určete velikost rychlosti při dopadu na zem a vodorovnou vzdálenost místa dopadu od paty rozhledny. Odpor prostředí zanedbejte. (26,4 m.s⁻¹; 24,5 m)
10. Kulička byla vržena pod úhlem 50° rychlostí 15 m.s^{-1} . Určete délku vrhu a запиšte vztahy pro složky rychlosti ve směru osy x a y (22,2 m)
11. Sprinter běží rychlostí $9,2 \text{ m.s}^{-1}$ po kruhové dráze. Jeho dostředivé zrychlení má velikost $3,8 \text{ m.s}^{-2}$. Jaký je poloměr dráhy a perioda jeho pohybu? (22,3 m; 15,2 s)
12. Kolo se otáčí s frekvencí 25 Hz. Brzděním lze dosáhnout, že jeho otáčení bude rovnoměrně zpomalené a kolo se zastaví po čase 30 s od začátku brzdění. Vypočítejte úhlové zrychlení kola. (5,23 s⁻²)
13. Sedačka kolotoče je upevněna ve vzdálenosti 240 cm od středu otáčení a vykonává 18 otáček za minutu. Určete jí obvodovou rychlost a dostředivé zrychlení. (4,5 m.s⁻¹ ; 8,5 m.s⁻²)

Dynamika

14. Jak velkou silou působí člověk s hmotností 75 kg na podlahu kabiny výtahu, když
- výtah je v klidu
 - výtah se pohybuje svisle vzhůru se zrychlením $a = 2 \text{ m.s}^{-2}$
 - výtah se pohybuje svisle dolů se zrychlením $a = 2 \text{ m.s}^{-2}$
- (750 N, 900 N, 600 N)
15. Při akrobatickém letu popisuje letadlo rychlostí 360 km.h^{-1} kružnici o poloměru 400 m ve svislé poloze. Jak velkou tlakovou silou působí letec s hmotností 80 kg na sedadlo v nejvyšším a nejnižším bodě trajektorie? (1200 N, 2800 N)
16. Parašutista o hmotnosti 80 kg padá nejprve se zavřeným padákem rychlostí 50 m.s^{-1} . Po otevření padáku se jeho rychlost během 2 s sníží na 5 m.s^{-1} . Vypočítejte velikost brzdící síly padáku. (1800 N)
17. Baseballový míček o hmotnosti 300 g byl nadhozen rychlostí 50 m.s^{-1} . Po úderu pálkaře se pohyboval rychlostí 100 m.s^{-1} v opačném směru. Určete průměrnou sílu \bar{F} , kterou působí pálka na míček, jestliže doba trvání úderu je 0,02 s. ($\bar{F} = 2250 \text{ N}$)
18. Výtah zvedne rovnoměrným pohybem náklad do výše 24 m za dobu 12 s. Motor výtahu má při rovnoměrném chodu výkon 20 kW. Jaká může být maximální hmotnost kabiny s nákladem? (1000 kg)
19. Letadlo o hmotnosti 20 tun letí ve výšce 10 km nad Zemí rychlostí 720 km.h^{-1} . Jaká je celková mechanická energie letadla vzhledem k Zemi? (2,4 GJ)

20. Za jakou dobu přesune jeřáb s příkonem 10 kW břemeno o hmotnosti 15 tun do výšky 8 m, je-li účinnost celého zařízení 70%? (168 s)
21. Jeřáb zdvihá bednu o hmotnosti 200 kg svisle vzhůru se zrychlením $0,5 \text{ m.s}^{-2}$. Určete velikost síly, kterou lano působí na bednu. (2100 N)
22. Chlapec táhne po vodorovné cestě ($f = 0,1$) sánky s nákladem s celkovou hmotností 60 kg silou 75 N po dráze 30 m. Určete:
- zrychlení sáněk s nákladem
 - rychlost sáněk na konci dráhy
 - práci, kterou chlapec vykonal
23. Určete práci, kterou je třeba vynaložit na stlačení nárazníkové pružiny vagonu o délku $x_0 = 50 \text{ mm}$, jestliže pro sílu při stlačení o délku x platí vztah: $F = kx$ (k je tuhost pružiny). O této pružině je známo, že těleso o hmotnosti $m = 3 \text{ kg}$ upevněné na konci pružiny kmitá s frekvencí $f = 159,15 \text{ Hz}$. (3,75 kJ)
24. Malý vozík o hmotnosti m sjíždí bez smýkání po dráze zakončené válcovou plochou o poloměru r . Z jaké minimální výšky musí vozík sjíždět, aby projel celou kruhovou smyčku této válcové plochy? Moment setrvačnosti, valivý odpor koleček a odpor vzduchu zanedbejte. ($5/2 r$)
25. Jakou nejmenší rychlost musí mít motocyklista, má-li jezdit na vnitřním povrchu duté koule o poloměru 6 m všemi směry? Těžiště motocyklu a jezdce je 0,9 m od povrchu. (25,6 km.h⁻¹)

Gravitační pole

26. Jak se změní intenzita gravitačního pole Země ve vzdálenosti 1000 km od jejího povrchu? Poloměr Země na rovníku je 6378 km. (0,75 K_Z)
27. Na spojnici středů Země a Měsíce najděte místo, ve kterém je výsledné gravitační zrychlení rovno nule. Pro hmotnost Měsíce platí $M_M = M_Z/81$. Vzdálenost středů Země a Měsíce je $60R_Z$. (54 R_Z)
28. Hubbleův vesmírný dalekohled se pohybuje po oběžné dráze ve výšce 576 km nad povrchem Země.
- Jakou rychlostí se pohybuje?
 - Jaká je jeho oběžná doba?
- (7586 m.s⁻¹; 96 min)
29. Jaká je hustota planety Neptun, má-li poloměr 24 600 km? Na jejím povrchu má gravitační zrychlení hodnotu $11,15 \text{ m.s}^{-2}$. (1623 kg.m⁻³)
30. Určete gravitační zrychlení ve výšce 500 km nad povrchem Marsu, má-li hustotu $3 900 \text{ kg.m}^{-3}$ a poloměr 3 390 km. (2,8 m.s⁻²)

Tuhé těleso

31. Odvod'te vztah pro moment setrvačnosti tenké, homogenní tyče délky l a hmotnosti m vzhledem k ose, která je k tyči kolmá a prochází jejím středem. $(1/12 ml^2)$
32. Určete kinetickou energii obruče valící se po vodorovné dráze bez tření. Průměr obruče je 1 m, její hmotnost 1 kg, rychlost středu obruče je $18 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. (25 J)
33. Homogenní válec o hmotnosti m a poloměru r se valí po vodorovné rovině (rychlost těžiště má velikost v) a najíždí na nakloněnou rovinu. Určete, do jaké výšky h válec vyjede (ztráty energie způsobené třením a odpory zanedbejte). $(h = 3v^2/4g)$
34. Setrvačník o momentu setrvačnosti $10 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ se otáčí kolem pevné osy úhlovou rychlostí 120 s^{-1} . Určete a) čas, po který musí působit brzdící moment silové dvojice o velikosti $4 \text{ N}\cdot\text{m}$, aby se setrvačník úplně zastavil, b) počáteční kinetickou energii setrvačníku. $(300 \text{ s}; 72 \text{ kJ})$
35. Na otáčivém kotouči jsou na téže straně od osy otáčení zavěšené závaží hmotnosti $m_1 = 0,5 \text{ kg}$ ve vzdálenosti $r_1 = 0,2 \text{ m}$ od osy otáčení a $m_2 = 0,2 \text{ kg}$ ve vzdálenosti $r_2 = 0,4 \text{ m}$ od osy otáčení. V jaké vzdálenosti od osy musíme na druhé straně zavěsit závaží hmotnosti $m_3 = 0,6 \text{ kg}$, aby nastala rovnováha? $(0,3 \text{ m})$
36. Jak velkou práci musíme vykonat, abychom ocelový válec o hmotnosti 800 kg a poloměru podstavy $0,5 \text{ m}$ roztočili na 48 otáček za minutu? Moment setrvačnosti plného válce $J = 1/2 mr^2$. (1262 J)
37. Určete délku tyče l , jejíž hmotnost je $1,2 \text{ kg}$, moment setrvačnosti $0,592 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, pokud se tyč otáčí ve vzdálenosti $0,4 \text{ m}$ od pevné osy. (2 m)
38. Jakou rychlost získá koule, která se kutálí po nakloněné rovině z výšky 1 m ? $J = 2/5 mr^2$. $(3,78 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})$

Mechanika pevného kontinua

39. Ocelový drát má délku 8 m , obsah příčného řezu 4 mm^2 , modul pružnosti v tahu je $0,2 \text{ TPa}$. Vypoč'tete velikost síly, která způsobí prodloužení drátu o 8 mm . (800 N)
40. Zatížením drátu délky 2 m a plochy průřezu $1\cdot 10^{-5} \text{ m}^2$ závažím hmotnosti 102 kg dojde k prodloužení drátu o $2,2\cdot 10^{-3} \text{ m}$. Vypoč'tejte normálové napětí, relativní prodloužení a Youngův modul materiálu. $(10^8 \text{ Pa}; 0,1 \text{ } \%; 9\cdot 10^{10} \text{ Pa})$

Mechanika tekutin

41. Dutá plechovka s kruhovým otvorem poloměru $0,1 \text{ mm}$ na dně je zatlačována do vodní nádrže. V jaké hloubce začne téci voda otvorem do nádoby, je-li povrchové napětí vody $7,3\cdot 10^{-2} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$? Hustota vody je $1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. (15 cm)

42. Plocha příčného průřezu lodě ve výšce vodní hladiny (plocha dna lodě) je $4\,200\text{ m}^2$. Po naložení nákladu se ponor zvětšil o $1,7\text{ m}$. Jaká je hmotnost nákladu, jestliže hustota mořské vody je $1\,020\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$?
(7283 tun)
43. Železná kotva se jeví ve vodě lehčí o 200 N než ve vzduchu. (a) Jaký je její objem? (b) Kolik kotva váží na vzduchu? Hustota železa je $7,870\text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$, hustota vody je $1000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. (0,02 m³; 157,4 kg)
44. Člun plující ve sladké vodě vytlačí $4\,000\text{ kg}$ vody. Určete: a) Jaká bude hmotnost vytlačené vody, když člun popluje ve slané vodě hustoty $1,03\text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$? b) Změní se objem vytlačené vody? Jestliže ano, tak na kolik? Hustota vody je $1000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. (stejná hmotnost; zmenší na $3,88\text{ m}^3$)
45. Nádrž ve tvaru krychle o objemu 8 m^3 stojí na podlaze a je až po okraj naplněna vodou. Její čelní stěna byla prostřelena nábojem přesně ve středu stěny. Do jaké vodorovné vzdálenosti od hrany nádrže bude vytékající voda dopadat? (2 m)
46. Určete sílu, kterou působí voda na svislou stěnu akvária. Délka stěny je $0,5\text{ m}$, voda v akváriu sahá do výšky $0,4\text{ m}$, hustota vody je $1000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. (400 N)
47. Vypočítejte tlak a sílu působící z vnějšku na okénko ponorky o průměru $0,3\text{ m}$ nacházející se v hloubce 1000 m pod hladinou oceánu. Hustota vody $1024\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, tlak na hladinu oceánu $1\cdot 10^5\text{ Pa}$.
($1,024\cdot 10^7\text{ Pa}$; $7,24\cdot 10^5\text{ N}$)
48. Obsahy průřezů válců hydraulického lisu jsou 20 cm^2 a 800 cm^2 . Na menší píst působí síla o velikosti 100 N . Určete:
- Tlak, který tato síla vyvolá v kapalině.
 - Velikost tlakové síly působící na větší píst.
 - Dráhu, o kterou se posune větší píst, jestliže se menší píst posune o 8 cm .
 - Práci, kterou při tomto posunutí vykoná tlaková síla.
- (50000 Pa; 4000 N; 0,2 cm; 8 J)
49. V širší části trubice o průřezu 4 cm^2 proudí voda rychlostí $0,2\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ při výšce sloupce v tlakoměrné trubici $h_1 = 20\text{ cm}$. Do jaké výšky vystoupí voda v tlakoměrné trubici v užší části trubice o průřezu 2 cm^2 ? (0,19 m)
50. Čerpadlo načerpá za 1 minutu 300 l vody. Přívodní potrubí má průměr 80 mm , výtokovým potrubím proudí voda rychlostí $8\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Určete rychlost vody v přívodním potrubí a průměr výtokového potrubí.
($1\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, 28,3 mm)

Kmity a vlnění

51. Harmonické kmitání hmotného bodu je popsáno rovnicí $y = 0,2\sin(0,5\pi t)$. Určete amplitudu výchylky, maximální rychlost a zrychlení hmotného bodu. Určete, ve kterých časech bude okamžitá výchylka rovna 0,1 m. (0,2 m; 0,3 m.s⁻¹; 0,5 m.s⁻², 1/3 s, 5/3 s ...)
52. Zavěšením závaží o hmotnosti 20 g na pružinu se její délka prodlouží o 8 cm. Jakou frekvenci bude mít pružina, jestliže ji rozkmitáme zavěšením závaží o hmotnosti 50 g? (1,125 Hz)
53. Těleso o hmotnosti 0,12 kg osciluje tam a zpět v přímém směru. Jeho výchylka, měřená od počátku souřadnic, je popsána vztahem $x=0,16 \sin(3\pi t + 0,5\pi)$. Určete velikost síly, která působí na těleso v čase 1 s. (1,7 N)
54. Jaké je největší zrychlení plošiny, která kmitá s amplitudou 2,2 cm a s frekvencí 6,6 Hz? (37,8 m.s⁻²)
55. Vlastní frekvence mechanického oscilátoru je 2 Hz. Pružina oscilátoru je natažena směrem dolů z rovnovážné polohy silou 20 mN. Při tomto ději byla vykonána práce 0,2 mJ. Napište rovnici kmitání oscilátoru. ($y = 0,02 \sin 4\pi t$)
56. Vlnění je popsáno rovnicí $y = 0,04 \sin 2\pi(8t + 5x)$ m. Určete:
a) amplitudu, periodu a rychlost vlnění.
b) výchylku bodu vzdáleného 1,5 metru od zdroje vlnění v čase 6 sekund. (a) 0,04 m; 0,125 s; 1,6 m.s⁻¹; b) 0 m)
57. Napište rovnici rovinné postupné vlny o amplitudě výchylky 0,6 mm a periodě 0,003 s, která se šíří rychlostí 330 m.s⁻¹ v kladném směru osy x. ($y = 0,6 \sin 2\pi(333,3 t - x)$ mm)
58. Napište rovnici příčné postupné sinusové vlny, šířící se na vlákně ve směru +x, má-li tato vlna vlnovou délku 10 cm, frekvenci 400 Hz a amplitudu 2 cm. Jaká je rychlost vlny? ($y = 2 \cdot 10^{-2} \sin 2\pi(400t - 10x)$)
59. Příčná postupná vlna, šířící se na velmi dlouhé struně, je popsána rovnicí $y = 0,07 \sin(2\pi t + 0,1\pi x)$, kde souřadnice x a y jsou vyjádřeny v metrech a čas t v sekundách. Pro tuto vlnu určete:
a) amplitudu a frekvenci vlnění
b) rychlost šíření vlnění
c) Jaká je příčná výchylka struny v místě x = 4 cm a v čase t = 0,5 s? (0,07 m; 1 Hz; 20 m.s⁻¹; -0,88 mm)

Molekulová fyzika a termodynamika

60. Určete teplotu T, při které mají molekuly kyslíku O₂ stejnou střední kvadratickou rychlost jako molekuly dusíku N₂ při teplotě 100 °C. Přibližné hodnoty relativních atomových hmotností jsou : kyslík A_r = 16, dusík A_r = 14. (153,31 °C)

61. Vypočítejte a) počet molů a b) počet molekul v 1 cm^3 ideálního plynu při tlaku 100 Pa a teplotě 220 K . Molární plynová konstanta $8,31 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$, Boltzmannova konstanta $k=1,38\cdot 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$, Avogadrova konstanta $6,02\cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$. (5,47.10⁻⁸ mol; 3,29.10¹⁶)
62. Vakuum, kterého lze dosáhnout v laboratoři, odpovídá zhruba tlaku $1\cdot 10^{-10} \text{ Pa}$. Kolik molekul se nachází v jednom krychlovém centimetru při tomto tlaku a teplotě 293 K ? (24731)
63. Vypočítejte střední kvadratickou rychlost molekul kyslíku O_2 při teplotě $-3 \text{ }^\circ\text{C}$. Relativní atomová hmotnost kyslíku je 16. (459 m.s⁻¹)
64. V láhvi je uzavřen kyslík O_2 , který má hmotnost 1 g , tlak 1 MPa a teplotu $47 \text{ }^\circ\text{C}$. Uzávěr láhve dobře netěsní, takže kyslík uniká. Po určitém čase byl opět změřen tlak a teplota a bylo zjištěno, že tlak klesl na $\frac{5}{8}$ své původní hodnoty a teplota klesla na $27 \text{ }^\circ\text{C}$. Relativní atomová hmotnost kyslíku je 16.
- c) Jaký je vnitřní objem láhve?
d) Určete hmotnost kyslíku, který unikl. (83 cm³; 0,33 g)
65. Určete práci, kterou plyn při izotermické expanzi, jestliže jeho počáteční objem je $V_1 = 10 \text{ dm}^3$, tlak $p_1 = 10^3 \text{ kPa}$, tlak po expanzi $p_2 = 10^2 \text{ kPa}$. (23 kJ)
66. Oxid uhelnatý CO byl uzavřen v nádobě o objemu 2000 dl při teplotě 30°C a normálním tlaku $1,013\cdot 10^5 \text{ Pa}$. Plynu bylo dodáno teplo $Q = 10 \text{ kJ}$. Určete a) změnu teploty, b) konečný tlak plynu. (59,8 K; $1,21\cdot 10^5 \text{ Pa}$)
67. Ideální tepelný stroj s maximální účinností 65% má teplotu ohříváče $2\ 200 \text{ }^\circ\text{C}$. Vypočítejte teplotu chladiče. (865 K)
68. Jaké teplo je třeba dodat 4 molům ideálního dvouatomového plynu, aby se jeho teplota a) při stálém tlaku zvýšila o 60 K ? b) O kolik se přitom změní jeho vnitřní energie? c) Jakou práci plyn vykoná? (6980,4 J; 4986 J; 1994,4 J)
69. Za normálního tlaku 10^5 Pa měl plynný dusík N_2 o látkovém množství 8 molů teplotu 40°C . Teplota plynu byla při konstantním tlaku zvětšena na 80°C . Určete:
a) změnu vnitřní energie plynu,
b) práci vykonanou plynem,
c) teplo plynu předané. (2659 J, 6648 J, 9307 J,)